

Besser, Michael; Leiss, Dominik; Klieme, Eckhard

Wirkung von Lehrerfortbildungen auf die Expertise von Lehrkräften zu formativem Assessment im kompetenzorientierten Mathematikunterricht.

formal und inhaltlich überarbeitete Version der Originalveröffentlichung in:

formally and content revised edition of the original source in:

Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und pädagogische Psychologie 47 (2015) 2, S. 110-122



Bitte verwenden Sie in der Quellenangabe folgende URN oder DOI /

Please use the following URN or DOI for reference:

urn:nbn:de:0111-pedocs-127298

10.25656/01:12729

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-127298>

<https://doi.org/10.25656/01:12729>

Nutzungsbedingungen

Dieses Dokument steht unter folgender Creative Commons-Lizenz: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.de> - Sie dürfen das Werk bzw. den Inhalt vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen sowie Abwandlungen und Bearbeitungen des Werkes bzw. Inhaltes anfertigen, solange Sie den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen und das Werk bzw. den Inhalt nicht für kommerzielle Zwecke verwenden.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

This document is published under following Creative Commons-License: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.en> - You may copy, distribute and render this document accessible, make adaptations of this work or its contents accessible to the public as long as you attribute the work in the manner specified by the author or licensor. You are not allowed to make commercial use of the work, provided that the work or its contents are not used for commercial purposes.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.



Kontakt / Contact:

peDOCS

DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation

Informationszentrum (IZ) Bildung

E-Mail: pedocs@dipf.de

Internet: www.pedocs.de

Mitglied der


Leibniz-Gemeinschaft

Akzeptierte Manuskriptfassung (nach peer review) des folgenden Artikels:

Besser, M., Leiss, D. & Klieme, E. (2015). Wirkung von Lehrerfortbildungen auf Expertise von Lehrkräften zu formativem Assessment im kompetenzorientierten Mathematikunterricht. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 47 (2). doi: 10.1026/0049-8637/a000128

© Hogrefe Verlag, Göttingen 2015

Diese Artikelfassung entspricht nicht vollständig dem in der Zeitschrift veröffentlichten Artikel. Dies ist nicht die Originalversion des Artikels und kann daher nicht zur Zitierung herangezogen werden.

Die akzeptierte Manuskriptfassung unterliegt der Creative Commons License CC-BY-NC.

Wirkung von Lehrerfortbildungen auf Expertise von Lehrkräften zu formativem Assessment im kompetenzorientierten Mathematikunterricht

The effect of teacher-trainings on teachers' expertise concerning formative assessment in competency-oriented mathematics

Michael Besser

Leuphana Universität Lüneburg

Scharnhorststraße 1

21335 Lüneburg

besser@leuphana.de

Dominik Leiss

Leuphana Universität Lüneburg

Scharnhorststraße 1

21335 Lüneburg

leiss@leuphana.de

Eckhard Klieme

DIPF in Frankfurt

Schloßstraße 29

60486 Frankfurt am Main

klieme@dipf.de

Zusammenfassung:

Die Expertise von Lehrkräften wird im Kontext einer Auseinandersetzung mit Bedingungsfaktoren des Lehrens und Lernens als ein entscheidendes Moment erfolgreicher Lehr-Lern-Prozesse angesehen. Insbesondere Fachwissen, fachdidaktisches Wissen sowie allgemein-pädagogisches Wissen werden dabei als zentrale Facetten von Lehrerexpertise verstanden. Weitestgehend unklar ist jedoch, wie sich Expertise von Lehrkräften (weiter)entwickelt bzw. inwieweit diese im Kontext von Lehrerfortbildungen gezielt aufgebaut werden kann. Im Rahmen des Forschungsprojekts Co²CA sind Lehrerfortbildungen zu ausgewählten pädagogischen und didaktischen Themenschwerpunkten wissenschaftlich begleitet und mittels fortbildungssensitiver Expertisetests evaluiert worden. Innerhalb zweier nach Interesse gebildeter Untersuchungsbedingungen haben 30 Lehrkräfte an Fortbildungen zu formativem Assessment im kompetenzorientierten Mathematikunterricht (Untersuchungsbedingung A), 37 Lehrkräfte an Fortbildungen zu allgemein-didaktischen Fragen eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts (Untersuchungsbedingung B) teilgenommen. Quantitative Auswertungen des Expertisetests belegen die Wirksamkeit der Fortbildungen: Unter Kontrolle allgemein-fachdidaktischer Expertise verfügen Lehrkräfte aus Untersuchungsbedingung A am Ende der Fortbildungen über ein signifikant höheres Wissen zu formativem Assessment im kompetenzorientierten Mathematikunterricht als Lehrkräfte aus Untersuchungsbedingung B.

Summary:

Teachers' expertise, that is teachers' content knowledge, pedagogical content knowledge and general pedagogical knowledge, is crucial if thinking about determinants influencing teaching and learning. Nevertheless it's unclear how teachers' expertise develops neither whether teachers' expertise can be build up within teacher-trainings. Within the research project Co²CA teacher-trainings concentrating on selected pedagogical and didactical ideas of teaching mathematics have been conducted and evaluated by using tests on teachers' expertise being sensitive to the content of the teacher-trainings. Assigned by interest 30 teachers participated in teacher-trainings discussing formative assessment if teaching competency-oriented mathematics (experimental group A), 37 teachers participated in teacher-trainings focusing on general questions about competency-oriented mathematics (experimental group B). Quantitative analyses point out the effectiveness of the teacher-trainings: Controlling for general pedagogical content knowledge teachers of EG A score significantly higher than

teachers of EG B within the expertise-test dealing with formative assessment if teaching competency-oriented mathematics.

Lehrerexpertise als Bedingungsfaktor für erfolgreiches Lehren und Lernen

Seit über einem Jahrhundert stellt eine Auseinandersetzung mit der Lehrperson als Bedingungsfaktor für erfolgreiches Lehren und Lernen einen zentralen Ansatzpunkt pädagogisch-psychologischer Forschung zum Verstehen schulischer Bildung dar (Weinert, 1996). Im Kontext verschiedener Forschungsparadigma steht dabei mal die Persönlichkeit des Lehrers selbst (*Persönlichkeitsparadigma*), mal das konkrete Lehrerhandeln (*Prozess-Produkt-Paradigma*), mal das einer Lehrkraft eigene Wissen und Können (*Expertenparadigma*) im Zentrum breiter Diskussionen über das Gelingen von Unterricht (siehe hierzu u. a. Berliner, 2001; Bromme, 1992; Brophy & Good, 1986; Gage & Needels, 1989; Gruehn, 2000; Palmer, Stough, Burdenski & Gonzales, 2005; Pause, 1970; Shuell, 1996; Sternberg & Horvath, 1995). Die im Rahmen des Persönlichkeitsparadigmas vor allem die erste Hälfte des 20. Jahrhunderts überdauernde Suche nach „typischen Eigenschaften der positiven Lehrerpersönlichkeit“ (Köller, 2008, S. 212), welche „Unterschiede des pädagogischen Einflusses – also ‚Lehrerfolg‘ – erklären und vorhersagen sollten“ (Bromme, Rheinberg, Mindel, Winterler & Weidenmann, 2006, S. 299), gilt heute jedoch weitestgehend als gescheitert. Es gelingt nicht, erfolgreiches Lehrerhandeln durch eine Beschreibung von eindeutigen Persönlichkeitsmerkmalen zu charakterisieren (Bromme et al., 2006). Aber auch der Versuch einer „empirischen Erfassung bestimmter Aspekte des Unterrichtsverhaltens [...], der Erfassung von Zielkriterien des Unterrichts [...] und der Berechnung von Zusammenhangsmaßen“ (Krauss et al., 2008c, S. 225) im Rahmen des Prozess-Produkt-Paradigmas zeigt keineswegs einen Königsweg zur Verbesserung der Unterrichtsqualität auf. Zwar werden hier wesentliche „theoretische und empirische Informationen über die Struktur von Wissenserwerbsprozessen und die unterrichtlichen Bedingungen erfolgreichen Wissenserwerbs“ (Baumert, Blum & Neubrand, 2003, S. 6) zusammengetragen, es gelingt jedoch nicht „simple Annahmen über einen simplen Zusammenhang“ (Weinert, 1996, S. 147) kontextfrei zu generalisieren. Etwa seit den 1980er Jahren wendet sich die pädagogisch-psychologische Forschung daher ergänzend der Frage zu, inwieweit die Expertise einer Lehrkraft, inwieweit „das berufsbezogene Wissen und Können von Lehrerinnen und Lehrern“ (Bromme, 2008, S. 159) als Ausgangspunkt zum Verstehen erfolgreicher Lehr-Lern-Prozesse anzusehen ist. In Anlehnung an Shulman (1986, 1987) wird unter Lehrerexpertise dabei insbesondere das Fachwissen (CK: content knowledge), das fachdidaktische Wissen (PCK: pedagogical content knowledge) und das allgemein-pädagogische Wissen (PK: general pedagogical knowledge) verstanden, eine Untergliederung, die sich so in zentralen Übersichtsartikeln zur Expertise von

Lehrkräften wiederfindet (Baumert & Kunter, 2006; Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2008; Borko & Putnam, 1996; Lipowsky, 2006; Munby, Russel & Martin, 2001).

Lehrerexpertise in der empirischen Bildungsforschung

Vielfältige empirische Studien – vor allem mit speziellem Bezug auf das Unterrichtsfach Mathematik – greifen auf aufgezeigte Unterteilung des Wissens und Könnens von Lehrkräften zurück und diskutieren derart verstandene Expertise von Lehrkräften im Kontext schulischen Lehrens und Lernens. So stellt beispielsweise das Forschungsprojekt TEDS-M innerhalb eines internationalen Ländervergleichs Unterschiede des Fachwissens und des fachdidaktischen Wissens angehender Mathematiklehrkräfte unterschiedlicher Bildungssysteme heraus (Tattoo et al., 2012). Im Rahmen des Forschungsprojekts COACTIV wird aufgezeigt, dass sowohl Fachwissen als auch fachdidaktisches Wissen von Mathematiklehrkräften – mediiert über die Unterrichtsqualität – substantiell zum Lernfortschritt von Schülerinnen und Schülern beitragen. Insbesondere das fachdidaktische Wissen erweist sich dabei als zentral für einen kognitiv aktivierenden Mathematikunterricht (Kunter, Baumert, Blum, Klusmann, Krauss & Neubrand, 2011). Auch die Michigan-Forschergruppe arbeitet einen derartigen Einfluss des Fachwissens von Mathematiklehrkräften auf Schülerleistungen heraus (Hill, Rowan & Ball, 2005; Hill, Schilling & Ball, 2004). Und innerhalb von COACTIV-R gelingt erstmals eine empirische Erfassung des allgemein-pädagogischen Wissens angehender Mathematiklehrkräfte, welches positiv mit der durch Schüler wahrgenommenen Unterrichtsqualität zusammenhängt (Voss, Kunter & Baumert, 2011). Insgesamt liefert eine empirische Auseinandersetzung mit dem Fachwissen, dem fachdidaktischen Wissen sowie dem allgemein pädagogischen Wissen als ausgewählte Facetten der Expertise von Lehrkräften vielversprechende Einsichten zum Verstehen schulischer Lehr-Lern-Prozessen. Vor allem mit Blick auf das fachdidaktische Wissen von Lehrkräften ist dabei herauszustellen: „PCK – the area of knowledge relating specifically to the main activity of teachers, namely, communicating subject matter to students – makes the greatest contribution to explaining student progress. This knowledge cannot be picked up incidentally, but as our finding on different teacher-training programs show, it can be acquired in structured learning environments. One of the next great challenges for teacher research will be to determine how this knowledge can best be conveyed to both preservice and inservice teachers” (Baumert et al., 2010, S. 168).

Fachunabhängige Lehrerexpertise zu formativem Assessment als spezifisches Wissen und Können

Ausgehend von aufgezeigten Diskussionen zur Expertise von Lehrkräften ist als entscheidend herauszustellen, dass diese „auf den ersten Blick durch ‚Fachinhalt‘ und ‚Pädagogik‘ sowie ‚Fachdidaktik‘ ausreichend beschrieben zu sein scheint“ (Bromme, 1992, S. 96) und dass „aufbauend auf diesen Begriffen bzw. diesem Verständnis vom Wissen und Können von Lehrkräften ein möglicher Zugang zur empirischen Lehrerexpertiseforschung [...] geschaffen wird“ (Besser & Krauss, 2009, S. 79). Eine explizite Auseinandersetzung mit diesen Expertisefacetten bedarf jedoch einer spezifischen Diskussion dessen, was hierunter konkret zu verstehen ist. Mit bewusst konzentrierendem und doch zunächst fachunabhängigem Blick soll hier daher folgende Fokussierung erfolgen: Als spezifische aber zentrale Expertise von Lehrkräften für ein Gelingen von Unterricht ist das Wissen und Können von Lehrkräften bzgl. des lernförderlichen Erfassens und Rückmeldens von Schülerleistungen als entscheidendes Element von Unterricht anzusehen (vgl. Helmke, 2009). Vor allem im Gegensatz zu typischen Situationen der Leistungsmessung und Leistungsrückmeldung in Form üblicherweise am Ende einer Unterrichtseinheit erfolgreicher Klassenarbeiten sowie in Form national und international durchgeführter Vergleichsstudien (TIMSS, PISA) gilt es in diesem Kontext von Lehrkräften zu berücksichtigen: Leistungsmessung und Leistungsrückmeldung sollten keineswegs allein einmalig am Ende einer Lerneinheit erfolgen. Derart verstandenes summatives Assessment ist „passive and does not normally have immediate impact on learning“ (Sadler, 1989, S. 120). Um lernförderliche Effekte erzielen zu können, sollte Leistungsmessung und Leistungsrückmeldung das Lernen vielmehr in kurzen Abständen begleiten, Leistungssituationen sollten von Lernsituationen getrennt und hierdurch Schülereinsichten „wie selbstverständlich“ gefördert werden (Baker, 2007; Black & Wiliam, 2009; Koretz, 2008; Shepard, 2000). Einhergehend mit einem derart verstandenen, von Noten losgelösten formativen Assessment, welches von Lehrkräften unweigerlich eine Adaption von Lehr-Lern-Prozessen an den aktuellen Wissenstand der Schüler einfordert (Maier, 2010), gilt die Bereitstellung von Leistungsrückmeldungen in Form von Feedback an Schülerinnen und Schüler als entscheidendes Moment lernförderlichen Assessments. Feedback ist dabei als Information zu verstehen, „with which a learner can confirm, add to, overwrite, tune, or restructure information in memory“ (Winne & Butler, 1994, S. 5740). Als wesentliches Element formativen Assessments sollte Feedback insbesondere versuchen, Lernenden die folgenden zentralen

Fragen zu beantworten, um eine möglichst lernförderliche Wirkung zu besitzen (Hattie & Timperley, 2007, S. 88):

- „Where am I going?
- How am I going? and
- Where to next?“

Über diese Fragen hinausgehend zeigen Kluger und DeNisi (1996) lernförderliche Effekte von Feedback auf, welches vor allem auf die Aufgaben- und Verarbeitungsebene von Lernenden fokussiert: “effects on performance are augmented by (a) cues that direct attention to task-motivation processes and (b) cues that direct attention to task-learning processes” (Kluger & DeNisi, 1996, S. 268). Motivational förderlich erscheint Feedback schließlich insbesondere dann, wenn dieses keineswegs kontrollierend sondern vielmehr informierend ist und wenn dieses hierbei über die reinen Informationen “richtig” oder “falsch” hinausgeht (Bangert-Drowns, Kulik, Kulik & Morgan, 1991).

Fachdidaktisches Wissen zu formativem Assessment im kompetenzorientierten Mathematikunterricht am Beispiel mathematischen Modellierens

Aufgezeigte zentrale Ideen über lernförderliches Potential formativen Assessments im Allgemeinen sowie Feedback im Speziellen zeigen zunächst auf fachunabhängiger, allgemein pädagogisch-psychologischer Ebene notwendiges Wissen und Können von Lehrkräften zum Erfassen und Rückmelden von Schülerleistungen auf. Losgelöst vom konkreten fachlichen Inhalt ist derartige Expertise von Lehrkräften als pädagogische-psychologische Wissen zu formativem Assessment (PK-FA) zu verstehen. Eine fachgebundene Diskussion des Wissens von Lehrkräften über Möglichkeiten und Grenzen eines formativ angelegten, lernförderlichen Erfassens und Rückmeldens von Schülerleistungen – und im Folgenden nun: eine Diskussion von Lehrerexpertise zu formativem Assessment im schulischen Mathematikunterricht verstanden als fachdidaktisches Wissen (PCK-FA) – bedarf jedoch ergänzend einer Auseinandersetzung mit den spezifischen Charakteristika des Unterrichtsfachs selbst. Hier ist für das Fach Mathematik zu bedenken:

- (1) Der Kern mathematischen Arbeitens besteht keineswegs in Existenz und Anwendung von Axiomen, Theoremen, Definitionen und Algorithmen. Vielmehr ist herauszustellen, dass „the mathematician’s main reason for existence is to solve problems , and that, therefore, what mathematics really consists of is problems and solutions (Halmos, 1980, S. 519). Vor allem der Aufbau von Fähigkeiten des Argumentierens, Problemlösens, des

Anwendens von Mathematik in komplexen Alltagssituationen sowie des Kommunizierens über Mathematik sind daher als zentrale Ziele von Mathematikunterricht zu verstehen (vgl. insbesondere die zentralen Übersichtsartikel von Putnam, Lampert & Peterson, 1990; Schoenfeld, 1992).

- (2) Hierauf aufbauend und insbesondere ausgehend von diese Überlegungen aufgreifenden Arbeiten zum Kern mathematischen Lernens durch Niss (2003) bzw. Bloomhoj und Jensen (2007) gilt: Mit der Verabschiedung nationaler Bildungsstandards für das Fach Mathematik (vgl. u. a. Kultusministerkonferenz, 2003; NCTM, 2000) ist das Ziel eines Mathematikunterrichts, welcher mündige Bürger für eine Zivilgesellschaft des 21. Jahrhunderts ausbilden möchte, der Aufbau mathematischer Kompetenzen. Unabhängig davon, ob man hierbei das eher breiter gefasste Konstrukt der Kompetenz nach Weinert (2001) oder das operativ leichter fassbare Konstrukt nach Klieme und Leutner (2006) zugrunde legt, versucht die Kompetenzorientierung dabei zu betonen, dass allein der Erwerb bzw. Aufbau rein deklarativen Wissens keineswegs ein ausreichendes Bildungsziel darstellt.

Eine erfolgreiche Umsetzung formativer Leistungsmessung und -rückmeldung in einem derartig angelegten, kompetenzorientierten Mathematikunterricht setzt nun unweigerlich ein fundiertes fachdidaktisches Wissen und Können von Lehrkräften über Prozesse kompetenzorientierten Lehrens und Lernens von Mathematik voraus. Vor allem mit Blick auf die Idee, dass eine Auseinandersetzung mit außermathematischen Problemen als ein „Kern“ mathematischen Arbeitens angesehen werden kann, soll dies am Beispiel der Kompetenz „Mathematisch Modellieren“ verdeutlicht werden (für weiterführende Diskussionen hierzu siehe u. a. Blum, Galbraith, Henn & Niss, 2002; Blum, Galbraith, Henn & Niss, 2007; Burkhardt, 2006; Maaß, 2006; Van Dooren, Verschaffel, Greer & De Bock, 2006): Die Fähigkeit, authentische außermathematische Problemstellungen unter Rückgriff auf das „Hilfsmittel Mathematik“ zu bearbeiten und in diesem Zusammenhang insbesondere komplexe Problemstellungen zunächst vereinfachen und strukturieren zu können sowie mathematische Ergebnisse bzgl. der eigentlichen, außermathematischen Problemstellung interpretieren und kritisch validieren zu können, ist als Grundidee mathematischen Modellierens anzusehen (für eine prototypische Modellierungsaufgabe eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts siehe Abbildung 1). Eine Auseinandersetzung mit einer derartig komplexen Problemsituation geht jedoch weit über automatisiertes Reproduzieren rein innermathematischer Algorithmen hinaus, hiermit einhergehend sind vielfältige Probleme bei Lernenden beim mathematischen Modellieren zu erwarten (Galbraith & Stillman, 2006; Haines, 2005; Ikeda & Stephens,

2001; Kramarski, Mevarech & Arami, 2002; Stillman, Brown & Galbraith, 2010). Ein fundiertes fachdidaktisches Wissen der Lehrkraft über mögliche kognitive Prozesse von Schülerinnen und Schülern beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben ist für eine erfolgreiche, formative Erfassung und ein lernförderliches Feedback von Schülerleistungen daher essentiell (Doerr, 2007; Leiss, 2010). Ohne ein Wissen über mögliche Schülerschwierigkeiten und Schülerfehler innerhalb des komplexen Prozesses mathematischen Modellierens können diese nicht erkannt und zurückgemeldet werden. Als fachdidaktische Expertise von Lehrkräften zu formativem Assessment im kompetenzorientierten Mathematikunterricht am Beispiel mathematischen Modellierens (PCK-FA) kann somit explizit wie folgt aufgegliedertes Wissen zum Diagnostizieren und Fördern von Schülerleistungen verstanden werden:

- (1) Wissen über kognitive Prozesse von Lernenden beim mathematischen Modellieren
- (2) Wissen über die Erfassung von Schülerschwierigkeiten von Lernenden beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben
- (3) Wissen über Möglichkeiten einer lernförderlichen, formativen Bewertung von Lösungsprozessen und Rückmeldung von Schülerschwierigkeiten von Lernenden beim mathematischen Modellieren

Eine derartige Definition fachdidaktischer Expertise mit spezifischem Blick auf Wissen über Schülerkognitionen, Fehlvorstellungen und das Potential von Mathematikaufgaben knüpft dabei an vielfältige empirische Arbeiten zur Expertise von Mathematiklehrkräften an (Kunter et al., 2011; Lindmeier, Heinze & Reiss, 2013; Tattoo et al., 2012), die derartiges Wissen mittels Paper-Pencil-Test und/ oder Videovignetten zu erfassen versuchen. Eine Diskussion so verstandenen Wissens und Könnens mit spezifisch einengendem Fokus auf Möglichkeiten des Diagnostizierens und Förderns als zentrale Ideen formativen Assessments am Beispiel mathematischen Modellierens (also: PCK-FA) stellt jedoch eine Erweiterung bisherigen Studien zur fachdidaktischen Lehrerexpertise (PCK) dar.

Abbildung 1 hier einfügen

Lehrerfortbildungen zum formativen Assessment am Beispiel mathematischen Modellierens
Ausgehend von der Idee, dass insbesondere die Expertise von Lehrkräften entscheidend zur Qualität schulischen Lernens beiträgt, und aufbauend auf Einsichten zur lernförderlichen Wirkung formativ gestalteter Leistungserfassung und Leistungsrückmeldung auf schulisches

Lernen untersucht das Forschungsprojekt Co²CA¹ die Wirksamkeit von Lehrerfortbildungen zu formativem Assessment am Beispiel mathematischen Modellierens als spezifische Kompetenz eines modernen Mathematikunterrichts. Konkret geht das Forschungsprojekt Co²CA auf dieser Basis der folgenden Forschungsfrage nach: (Inwieweit) Ist es möglich, im Rahmen von Lehrerfortbildungen das fachdidaktische Wissen von Lehrkräften zu zentralen Ideen formativen Assessments am Beispiel mathematischen Modellierens in einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht (PCK-FA) gezielt zu fördern?

¹ *Conditions and Consequences of Classroom Assessment*. Projektleitung: E. Klieme (DIPF, Frankfurt), K. Rakoczy (DIPF, Frankfurt), W. Blum (Universität Kassel), D. Leiss (Leuphana Universität Lüneburg). Projekt gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft. Geschäftszeichen: KL 1057/10-3, BL 275/16-3, LE 2619/1-3.

METHODE

Im Rahmen einer Lehrerfortbildungsstudie im DFG-Forschungsprojekt Co²CA haben im Jahr 2013 insgesamt N = 67 Lehrkräfte (davon N = 44 weiblich, N = 23 männlich) freiwillig an wissenschaftlich evaluierten Fortbildungen teilgenommen. Die Fortbildungen wurden im Vorfeld im Auftrag des Forschungsprojekts durch die Akademie für Lehrerfortbildung und Personalführung Dillingen als wissenschaftlich begleitete Fortbildungsangebote ausgeschrieben. Alle an den Fortbildungen teilnehmenden Lehrkräfte unterrichteten an Haupt- und Realschulen, 3 der Lehrkräfte unterrichteten das Fach fachfremd (haben dieses also nicht studiert). Vor Beginn der Fortbildungen wurde jede Lehrkraft nach Interesse² einer von zwei Fortbildungslehrgängen (Untersuchungsbedingungen) zugeteilt: N = 30 Lehrkräfte der Untersuchungsbedingung A (UB A; N = 22 weiblich, N = 8 männlich) haben an Fortbildungen zu Möglichkeiten der Implementation zentraler Ideen formativen Assessments in einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht am Beispiel des mathematischen Modellierens teilgenommen. In Untersuchungsbedingung B haben N = 37 Lehrkräfte (UB B, N = 22 weiblich, N = 15 männlich) an Fortbildungen zu grundlegenden, allgemein-didaktischen Fragen der Umsetzung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts am Beispiel des mathematischen Modellierens sowie des mathematischen Problemlösens teilgenommen. Aus organisatorischen Gründen (möglichst kleine Gruppengrößen) wurden die Fortbildungen beider Untersuchungsbedingungen jeweils in zwei Untergruppen (UB A1 und UB A2 sowie UB B1 und UB B2) untergliedert. Dauer, Struktur und Inhalte der Fortbildungen innerhalb der beiden Untergruppen einer Bedingung waren jedoch identisch. Ebenso wurden sämtliche Fortbildungen von denselben beiden Fortbildnern durchgeführt (zum Design siehe auch Abbildung 2).

Abbildung 2 hier einfügen

Inhaltlich grenzten sich die Fortbildungen beider Untersuchungsbedingungen entsprechend sich unterscheidender Schwerpunktsetzungen deutlich voneinander ab. In Untersuchungsbedingung A bildete innerhalb einer Diskussion formativen Assessments im kompetenzorientierten Mathematikunterricht eine Auseinandersetzung mit folgenden Inhalten den fachdidaktisch-pädagogischen Fokus der Fortbildungen:

² Die Zuteilung erfolgte nach Interesse, da andernfalls keine Lehrkräfte hätten gewonnen werden können, die freiwillig an wissenschaftlich begleiteten und evaluierten Fortbildungen teilnehmen. Über die eigentlichen Fortbildungsinhalte hinausgehende „Anreize“ zur Teilnahme an den Fortbildungen wurden nicht angeboten.

- Pädagogisch-psychologische Überlegungen zu Leistungsdiagnose und Leistungsrückmeldung in der Schule, insbesondere: Möglichkeiten und Grenzen formativen und summativen Assessments; Funktionen und Ebenen des Diagnostizierens und Rückmeldens im Unterricht; lernförderliche Gestaltung von Feedback als zentrales Element formativen Assessments.
- Mathematikdidaktische Überlegungen zur Umsetzung formativen Assessments im Mathematikunterricht am Beispiel mathematischen Modellierens, insbesondere: kognitive Analyse schriftlicher und mündlicher Schülerlösungsprozessen bei Modellierungsaufgaben (in Unterrichtssituationen); Erfassung von Schülerschwierigkeiten beim mathematischen Modellieren; Bereitstellung von den Lernprozess unterstützenden schriftlichen und mündlichen Feedbacks zu individuellen Bearbeitungsprozessen von Schülern beim mathematischen Modellieren.
- Implementation formativen Assessments am Beispiel mathematischen Modellierens in den Unterricht, insbesondere: Entwicklung und Einsatz diagnostisch reichhaltiger Modellierungsaufgaben; hiermit einhergehend Diagnose sowie individuelle, schriftliche und lernförderliche Rückmeldung von Schülerleistungen im Unterricht unter Rückgriff auf entwickelte Aufgaben.

Im Kontrast hierzu bildeten in Untersuchungsbedingung B Aufgabenanalysen den fachdidaktischen Kern der Fortbildungen. Im Kontext einer Auseinandersetzung mit kompetenzorientierten Aufgaben wurden dabei vor allem Grundlagen der Kompetenzen mathematisches Modellieren und mathematisches Problemlösen aus theoretischer Sicht und ohne Bezug auf Schülerlösungsprozesse erarbeitet:

- Zentrale Ideen zum mathematischen Modellieren, insbesondere: (Theoretische) Überlegungen zum mathematischen Modellieren in Anlehnung an deutsche Bildungsstandards; deskriptive und normative Modellbildung beim mathematischen Modellieren; Analyse und gezielte Veränderung von Modellierungsaufgaben (in Schulbüchern).
- Zentrale Ideen zum mathematischen Problemlösen, insbesondere: (Theoretische) Überlegungen zum mathematischen Problemlösen in Anlehnung an deutsche Bildungsstandards; Heuristiken, Strategien und Hilfsmittel beim mathematischen Problemlösen; Analyse und gezielte Veränderung von Problemlöseaufgaben (in Schulbüchern).

- Implementation von Modellierungsaufgaben und Problemlöseaufgaben in den Unterricht, insbesondere: Entwicklung und Einsatz von Aufgaben zur normativen/ deskriptiven Modellbildung bzw. mittels heuristischer Strategien/ Hilfsmittel zu bearbeitender Aufgaben; hiermit einhergehend Einsatz und Erprobung dieser Aufgaben im Unterricht.

Während die Fortbildungen in UB A inhaltlich somit auf spezifisch-fachdidaktische Fragen fokussierten, bildeten grundlegende, allgemein-fachdidaktische Fragen den Kern der Fortbildungen in UB B. Auf eine „echte Kontrollgruppe“ im Sinne einer Wartekontrollgruppe ohne jegliche Fortbildung wurde zugunsten von UB B explizit verzichtet. Im Kontext einer Auseinandersetzung mit aufgezeigter Forschungsfrage erfolgt somit insbesondere eine Diskussion der Wirkung von Fortbildungen im Spannungsfeld spezifisch-fachdidaktischer Ausrichtung von Fortbildungen einerseits (UB A) sowie allgemein-fachdidaktischer Ausrichtung von Fortbildungen andererseits (UB B).

Unabhängig von den sich unterscheidenden Inhalten beider Untersuchungsbedingungen wurden für die Wirksamkeit von Lehrerfortbildungen zentral erscheinende „core features“ sowohl in UB A als auch in UB B umgesetzt (siehe Desimone, 2009; Garet, Porter, Desimone, Birman & Yoon, 2001; Lipowsky, 2004): Aufbauend auf einer inhaltlichen Auseinandersetzung mit kompetenzorientierten Unterrichtsmaterialien, mit konkreten Schulbuchaufgaben sowie mit authentischen (videografierten) Unterrichtssituationen wurde ein unmittelbarer Bezug auf fachspezifische Elemente des Lehrens und Lernens hergestellt (*content focus*). Kleine Fortbildungsgruppen mit maximal 20 Teilnehmern, die Gestaltung der Fortbildungen als „Seminarsitzungen“ (und damit explizit nicht als „Vorlesungen“) mit vielfältigen Möglichkeiten zum gemeinsamen Austausch, die bewusste Einbindung von Übungselementen bei der Erarbeitung zentraler Fortbildungsinhalte, die gemeinschaftliche Entwicklung von Unterrichtsaufgaben zur Implementation dieser in den eigenen Unterricht und letztlich die eigenen Unterrichtserfahrungen sowie eine rückblickende Reflexion über diese ermöglichten stets Gelegenheiten zum eigenen, aktiven Lernen (*active learning*) sowie zur kollektiven Zusammenarbeit (*collective participation*) aller Lehrkräfte. Eine langfristige Auseinandersetzung der Lehrkräfte mit den Fortbildungsinhalten wurde sowohl durch eine unmittelbare Fortbildungsdauer von sechs Tagen, aufgeteilt auf zwei Dreitagesblöcke, als auch hierzu ergänzend durch eine 10-wöchige Implementationsphase zwischen diesen beiden Dreitagesblöcken erreicht. Begleitet durch eine Online-Lernplattform mussten sich alle Lehrkräfte in

diesen 10 Wochen mit anderen Fortbildungsteilnehmern über entwickelte Unterrichtsaufgaben und die Implementation dieser in den eigenen Unterricht austauschen (*duration*). Ein Anknüpfen der Fortbildungen an Wissen und Überzeugungen der Lehrkräfte wurde durch einen Einbezug der Lehrerfahrungen in den eigenen Mathematikklassen zwischen den beiden Dreitagesblöcken in die Fortbildungen gewährleistet (*coherence*).

Zur Evaluation der Wirksamkeit der Fortbildungen auf ausgewählte Expertisefacetten von Lehrkräften wurde zur Kontrolle des Vorwissens der Lehrkräfte zu Beginn der Fortbildungen fortbildungsunabhängiges mathematikdidaktisches Wissen und Können aller teilnehmenden Lehrkräfte erfasst. Hierzu wurde der im Rahmen des Forschungsprojekts COACTIV entwickelte PCK-Expertisetest (im Folgenden kurz: PCK-Test) ohne Zeitbeschränkung administriert. Alle 67 Lehrkräfte beider Untersuchungsbedingungen haben diesen Expertisetest vollständig bearbeitet. Der Test umfasst insgesamt 20 Items mit offenem Antwortformat zum mathematikdidaktischen Wissen von Lehrkräften in folgenden Subfacetten (siehe im Detail Krauss et al., 2008b; einige Items des Originaltests konnten nicht übernommen werden, da diese im Rahmen von COACTIV computergestützt eingesetzt wurden):

- (1) Wissen über multiples Lösungspotential von Aufgaben (4 Items),
- (2) Wissen über Möglichkeiten des Erklärens und Repräsentierens (9 Items) sowie
- (3) Wissen über mögliche Schülerkognitionen (7 Items).

Analog zum Forschungsprojekt COACTIV werden bei einigen Items der ersten und zweiten Subfacette mehrere, sich substantiell unterscheidende Antworten von den Lehrkräften eingefordert. Da bei jedem dieser Items für jede korrekt aufgezeigte Antwortmöglichkeit je ein Scorepunkt vergeben wird, existiert hier allein ein empirisches und kein theoretisches Maximum. Bei Aufgaben der dritten Subfacette fachdidaktischen Wissens werden die Items hingegen dichotom gescort, so dass das theoretische Maximum hier bei 7 Punkten für die sieben Aufgaben dieser Subfacette mathematikdidaktischen Wissens liegt (siehe im Detail Tabelle 1).

Tabelle 1 hier einfügen

Zur intendierten Bewertung der Wirksamkeit der Fortbildungen auf das fachdidaktische Wissen von Lehrkräften zu zentralen Ideen formativen Assessments am Beispiel mathemati-

schen Modellierens wurde ein neu entwickelter, fortbildungssensitiver Expertisetest eingesetzt (im Folgenden kurz: PCK-FA-Test). Alle 67 Lehrkräfte haben diesen Test im Anschluss an die Fortbildung bearbeitet. Die Bearbeitung dieses Tests unterlag keiner Zeitbeschränkung. Der Test umfasst insgesamt 10 Items zu zentralen Ideen der Fortbildungsinhalte in Untersuchungsbedingung A (ein Beispielitem zum PCK-FA-Test ist in Abbildung 3 gegeben). Mit spezifisch einengendem Blick geht dieser Test über den allgemein-fachdidaktischen, PCK-Test hinaus. Zwar werden auch hier fachdidaktische Fragen diskutiert, nun allerdings in gezielter Nähe zu den Fortbildungsinhalten aus UB A mit kompetenzorientiertem Blick auf spezifische Aspekte formativen Assessments am Beispiel mathematischen Modellierens. Erfragt wird:

- (1) Wissen über kognitive Prozesse von Lernenden beim mathematischen Modellieren (4 Items), d. h. insbesondere Wissen über Ablauf und Komplexität von Modellierungsprozessen, welche von Schülern nicht allein das Reproduzieren innermathematischer Algorithmen, sondern vielmehr das Vereinfachen und Strukturieren außermathematischer Problemstellungen sowie das Interpretieren und Validieren mathematischer Ergebnisse abverlangen.
- (2) Wissen über die Erfassung von Schülerschwierigkeiten von Lernenden beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben (3 Items), d. h. insbesondere diagnostisches Wissen über das Identifizieren potentieller Aufgabenschwierigkeiten und das Analysieren gegebener Schülerlösungsprozesse zu komplexen Modellierungsaufgaben.
- (3) Wissen über Möglichkeiten einer lernförderlichen, formativen Bewertung von Lösungsprozessen und Rückmeldung von Schülerschwierigkeiten von Lernenden beim mathematischen Modellieren (3 Items), d. h. insbesondere Wissen über das Erstellen schriftlichen, lernförderlichen Feedbacks zu gegebenen Schülerlösungsprozessen bei Modellierungsaufgaben in Unterrichtssituationen sowie über Möglichkeiten einer formativen, das weitere Lernen unmittelbar unterstützenden Nutzung und Beurteilung von Schülerlösungsprozessen zu Modellierungsaufgaben in traditionell eher summativ angelegten Testsituationen.

Von den 10 Testitems des PCK-FA-Tests besitzen 2 Items ein geschlossenes Antwortformat, 8 Items besitzen ein offenes Antwortformat. Da insbesondere einzelne offene Items umfangreiche Antworten von den Lehrkräften einfordern (siehe auch das Beispielitem in Abbildung 3), erfolgt bei diesen nicht allein eine dichotome Kodierung (bei einem solchen Vorgehen

würde das Wissen der Lehrkräfte deutlich unterschätzt, zu viele Informationen würden „verloren gehen“). Vielmehr werden abhängig vom jeweiligen Item Minimalanforderungen zum Erreichen spezifischer Teilscores festgelegt. Die Summe aller möglichen Teilscores ergibt die maximal zu erzielende Punktzahl, welche bei vollständig korrekter Bearbeitung des Items erzielt wird. Über die drei Subfacetten hinweg werden daher pro Item entweder maximal ein Scorepunkt (2 Items), zwei Scorepunkte (5 Items) oder drei Scorepunkte (3 Items) vergeben. Das theoretische Maximum für den Gesamttest liegt entsprechend bei 21 Punkten (siehe im Detail Tabelle 2).

Abbildung 3 hier einfügen

Die Auswertung beider Expertisetests erfolgte durch drei geschulte Rater (sehr gute Lehramtsstudierende der Universitäten Kassel und Lüneburg). Der PCK-Test wurde analog zum Kodiermanual des Forschungsprojekts COACTIV kodiert, der PCK-FA-Tests wurde entsprechend eines neu entwickelten Kodiermanuals ausgewertet. Sämtliche Items beider Expertisetests wurden jeweils von zwei Ratern getrennt und unabhängig voneinander kodiert, im Anschluss an die Kodierung erfolgte ein gemeinsamer Abgleich der Kodierungen und bei Nichtübereinstimmung eine nachträgliche Prüfung/ Überarbeitung der Kodierungen. Vor Abgleich der Kodierungen betrug Spearmans Rho als Maß der Interraterreliabilität für den PCK-Test im Mittel $\rho = .75$, für den PCK-FA-Test im Mittel $\rho = .81$ (vgl. Wirtz & Caspar, 2002).

Für die im Folgenden diskutierten Ergebnisse sollte auf der Basis des hier aufgezeigten Designs stets berücksichtigt werden: Das Untersuchungsdesign ermöglicht eine Diskussion der Expertise von Lehrkräfte am Ende von spezifisch-fachdidaktischen Fortbildungen (UB A) einerseits sowie allgemein-fachdidaktischen Fortbildungen (UB B) andererseits. Insbesondere die nicht vorhandene „echte Kontrollgruppe“ im Sinne einer Wartekontrollgruppe sowie fehlende echte Längsschnittmessungen und eine nicht randomisierte Zuweisung schränken jedoch gleichzeitig die Aussagekraft im Folgenden aufgezeigter Ergebnisse ein. Der Mangel an „klinischer Reinheit“ im Interesse einer unmittelbarer gegebenen Interpretierbarkeit von Forschungsergebnissen ist dabei der Umsetzbarkeit und Machbarkeit einer Feldstudie zur Erfassung professioneller Handlungskompetenz von Lehrkräften im Rahmen der

Durchführung und Evaluation von Lehrerfortbildungen mit einer großen Anzahl an Lehrerinnen und Lehrern geschuldet und wird bewusst „in Kauf genommen“:

- Lehrkräfte lassen sich kaum per Zufall einer Fortbildung zuordnen.
- Lehrkräfte sind nur sehr schwer für die Teilnahme an mehrere Stunden überdauernde und mehrfach administrierte Wissenstests zu gewinnen.
- Die Messung spezifisch-fachdidaktischen Wissens (PCK-FA) vor und nach einer Fortbildung, in welcher keine der im Expertisetest vorkommenden Themen inhaltlich erarbeitet wurde (UB B), ist Lehrkräften gegenüber nicht tragbar.

ERGEBNISSE

Auswertungen des PCK-Tests – verstanden als Vortest – zur Erfassung allgemein mathematikdidaktischen Wissens zu Beginn der Fortbildungen ergeben auf manifester Ebene folgende Ergebnisse: Die Reliabilität des PCK-Tests über die Gesamtstichprobe aller 67 Lehrkräften beträgt über alle 20 Items $\alpha = .58^3$. Im Mittel erreichen die Lehrkräfte unabhängig von der Untersuchungsbedingung 20.04 Punkte, aufgeteilt nach den beiden Untersuchungsbedingungen erzielen Lehrkräfte aus UB A im Mittel 20.83 Punkte, Lehrkräfte aus UB B im Mittel 19.41 Punkte. Diese in den beiden Untersuchungsbedingungen im Mittel erzielten Punktzahlen unterscheiden sich nicht signifikant voneinander (zweiseitiger t-Test für unabhängige Stichproben mit $t(65) = 1.43$ ergibt $p = .157$). Das allgemein mathematikdidaktische und fortbildungsunabhängige Wissen kann somit in beiden Bedingungen als identisch angenommen werden (dies ist insbesondere auf Grund der Bildung der Fortbildungsbedingungen nach Interesse positiv hervorzuheben).

Ergebnisse des PCK-FA-Tests – verstanden als Nachtest – zur Erfassung des Wissens über formatives Assessment am Beispiel des mathematischen Modellierens am Ende der Fortbildungen zeigen auf manifester Ebene: Die Reliabilität des PCK-FA-Tests über die Gesamtstichprobe aller 67 Lehrkräften beträgt über alle 10 Items $\alpha = .78$. Im Mittel werden über die Gesamtpopulation 10.15 Punkte von theoretisch maximal möglichen 21 Punkten erreicht. Mit Blick auf die beiden Untersuchungsbedingungen zeigt sich, dass UB A im Mittel 13.33 Punkte erzielt, UB B erreicht im Mittel hingegen allein 7.57 Punkte. Die Mittelwerte der beiden Untersuchungsbedingungen weichen hoch signifikant voneinander ab (zweiseitiger t-Test für unabhängige Stichproben mit $t(65) = 6.66$ ergibt $p = .000$). Die Effektstärke Cohens d für unabhängige Stichproben beträgt $d = 1.63$. Das fortbildungssensitive Wissen über formatives Assessment am Beispiel mathematischen Modellierens in einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht unterscheidet sich somit im Anschluss an die Fortbildungen deutlich zwischen den Untersuchungsbedingungen. Untersuchungsbedingung A erzielt im Anschluss an die Fortbildungen in einem explizit auf das Erfassen der Fortbildungsinhalte

³ Diese Reliabilität liegt unter der im Rahmen von COACTIV berichteten Reliabilität. Dies ist wahrscheinlich durch eine deutlich homogenere Co²CA-Stichprobe im Vergleich zur COACTIV-Stichprobe zu erklären, da innerhalb der vorgestellten Lehrerfortbildungsstudie allein Haupt- und Realschullehrkräfte am PCK-Test teilgenommen haben. Sämtliche folgende Aussagen sind daher stets unter Berücksichtigung dieses Sachverhalts zu verstehen.

von UB A (und nicht von UB B) ausgerichteten Test höhere Werte als Untersuchungsbedingung B.

Die beiden Expertisetests korrelieren über die Gesamtstichprobe mit $r = .48$ bivariat hoch signifikant miteinander, aufgeteilt auf die beiden Untersuchungsbedingungen zeigen sich hier leicht differenzierende Effekte. So korrelieren der PCK-Test und der PCK-FA-Test innerhalb der Untersuchungsbedingung A mit $r = .61$, innerhalb der Untersuchungsbedingung B mit $r = .42$ bivariat signifikant. Eine Betrachtung von Abbildung 4 lässt hierüber hinaus deutlich werden: Zwar keineswegs vollkommen unabhängig von der erreichten Punktzahl im PCK-Test erreichen dennoch fast alle Lehrkräfte von Untersuchungsbedingung A mehr als 10 Punkte im PCK-FA-Test. Umgekehrt liegen fast alle Lehrkräfte von Untersuchungsbedingung B bei 10 oder weniger erreichten Punkten im PCK-FA-Test.

Abbildung 4 hier einfügen

Entscheidend ist schließlich die Frage, inwieweit die aufgezeigten Unterschiede im PCK-FA-Test der beiden Untersuchungsbedingungen tatsächlich durch die Fortbildungen, also die Zugehörigkeit zur jeweiligen Bedingung selbst, zu erklären sind (siehe auch Tabelle 2).

Zwei leicht unterschiedliche Modellbetrachtungen liefern dabei die folgenden Ergebnisse:

- ANOVA: Ein einfaches, lineares Regressionsmodell mit der Punktzahl im PCK-FA-Test als abhängiger Variablen und der Zuordnung zur Untersuchungsbedingung als festem Faktor ergibt für das Gesamtmodell ein korrigiertes R-Quadrat von $R^2 = .40$. Das Modell erklärt somit etwa 40% der Varianz der erreichten Punktzahlen im PCK-FA-Test.
- ANCOVA: Im Rahmen einer einfaktoriellen Varianzanalyse mit der Punktzahl im PCK-FA-Test als abhängiger Variablen, der Zuordnung zur Untersuchungsbedingung als festem Faktor und der Punktzahl im PCK-Test als Kovariate erklärt das Gesamtmodell bei korrigiertem R-Quadrat von $R^2 = .53$ etwa 53 % der Varianz im PCK-FA-Test. Die Bedingung als fester Faktor erklärt dabei etwa 41% der effektspezifischen Varianz ($F(1, 64) = 44.80, p < .000, \eta_p^2 = .412$), die erreichte Punktzahl im PCK-Test als Kovariate erklärt etwa 24% effektspezifischer Varianz ($F(1, 64) = 20.26, p < .000, \eta_p^2 = .240$). Unter Kontrolle des allgemein fachdidaktischen Wissens werden somit 41% der effektspezifischen Varianz im PCK-FA-Test durch die Zugehörigkeit zur Untersuchungsbedingung erklärt.

Tabelle 2 hier einfügen

DISKUSSION

Zentrale Arbeiten zur Entwicklung von Expertise als Element professioneller Kompetenz von Lehrkräften zeigen auf, dass eine solche keineswegs allein das Ergebnis einer „kurzen, abgeschlossenen Ausbildung“ darstellen kann (Ball & Cohen, 1999; Feiman-Nemser, 2001; Putnam & Borko, 2000). Vielmehr ist der Aufbau von Expertise als langjähriger Prozess, welcher deutlich über eine rein universitäre Ausbildung hinausgeht, zu verstehen: „Modern views of professional development characterise professional learning not as a short-term intervention, but as a long-term process extending from teacher education at university to in-service training at the workplace“ (Richter, Kunter, Klusmann, Lüdtke & Baumert, 2011, S. 116). Das Forschungsprojekt Co²CA knüpft hier an und untersucht die Wirksamkeit von Lehrerfortbildungen auf Lehrere Expertise als spezifische Fortbildungsmöglichkeit für Lehrkräfte im Schuldienst.

Unter Bezug auf einen fortbildungssensitiven Expertisetest konnte gezeigt werden: Lehrkräfte, die zu Ideen formativen Assessments am Beispiel mathematischen Modellierens fortgebildet werden und deren Expertise im Anschluss an die Fortbildungen explizit zu diesen Inhalten erhoben wird, verfügen am Ende der Fortbildungen über ein signifikant höheres Wissen bzgl. dieses fachdidaktischen Schwerpunkts als Lehrkräfte, die hierzu keine Fortbildungen erhalten. Ohne Kontrolle des allgemein fachdidaktischen Vorwissens werden dabei 40% der Varianz im PCK-FA-Test durch die Fortbildungen erklärt, unter Kontrolle des allgemein-fachdidaktischen Vorwissens werden 41% effektspezifischer Varianz erklärt (die Aussagekraft dieses Modells ist jedoch auf Grund einer recht geringen Reliabilität des PCK-Tests von $\alpha = .58$ vorsichtig zu interpretieren). Kritisch ist in diesem Zusammenhang zu bedenken, dass in beiden Untersuchungsbedingungen das Wissen über formatives Assessment im kompetenzorientierten Mathematikunterricht am Ende der Fortbildungen extrem schwankt und dass hierbei teils erhebliche Überschneidungen bzgl. der Expertise der Lehrkräfte zwischen den beiden Untersuchungsbedingungen deutlich werden. Es kann somit einerseits keineswegs behauptet werden, dass alle Lehrkräfte die ihnen angebotenen Möglichkeiten zum Lernen effektiv nutzen. Andererseits offenbaren diese Ergebnisse per se eine große Diversität im Wissen und Können der Lehrkräfte – selbst zu einem so spezifischen Fortbildungsinhalt wie dem hier diskutierten. Insbesondere unter Berücksichtigung des der Studie zu Grunde liegenden Forschungsdesigns mit zwei sich unterscheidenden Untersuchungsbedingungen bei gleichzeitigem fehlen einer „echte Kontrollgruppe“ kann dennoch

herausgestellt werden: Die Expertise zu spezifischen fachdidaktischen Elementen (formatives Assessment am Beispiel mathematischen Modellierens) von Lehrkräften unterscheidet sich im Anschluss an eine auf diese Elemente fokussierende Fortbildung deutlich von der Expertise derartiger Lehrkräfte, die Fortbildungen zu allgemein-didaktischen Überlegungen (Grundlagen des mathematischen Modellierens) erhalten. Eine Notwendigkeit für Lehrerfortbildungen zum formativen Assessment im kompetenzorientierten Mathematikunterricht scheint somit grundsätzlich gegeben.

Trotz aufgezeigter Ergebnisse ist im Rahmen der durchgeführten Studie einschränkend zu erwähnen: Erstens ist bei dem Versuch einer Generalisierung der aufgezeigten Ergebnisse zur Wirksamkeit von Lehrerfortbildungen die starke Fokussierung der Studie auf Mathematiklehrkräfte sowie die exemplarische Einengung auf ausgewählte, mathematikdidaktische Themenschwerpunkte unter Einbezug allgemein-pädagogischer Elemente des Lehrens und Lernens zu berücksichtigen. Zweitens handelt es sich bei den an der Studie teilnehmenden Lehrkräften im doppelten Sinne um eine Positivauswahl. So sind dies nicht allein Lehrkräfte, welche von sich aus freiwillig an nicht-verbindlichen Fortbildungen teilnehmen. Vielmehr ist zu bedenken, dass die Lehrkräfte bewusst an so genannten „formellen Fortbildungen“ – etwa im Vergleich zu „informellen Fortbildungen“ in Form von Mentoringprogrammen oder Unterrichtsbeobachtungen im Kollegenkreis – teilnehmen (zum unterschiedlichen Verhalten von Lehrkräften bzgl. sich derart unterscheidender Fortbildungstypen siehe u. a. Richter, Kunter, Klusmann, Lüdtke & Baumert, 2011). Drittens haben sich die Lehrkräfte nach Interesse den Fortbildungsbedingungen selbst zugeteilt, eine zufällige Zuteilung konnte jedoch auf Grund der Anforderungen an die Lehrkräfte innerhalb einer derartigen Studie nicht umgesetzt werden (deutlich über 50 Lehrkräfte sollten an mehrwöchigen, wissenschaftlich begleiteten und evaluierten Fortbildungen teilnehmen). Auf Grund vergleichbarer Expertiseleistungen im PCK-Test erscheint diese Zuteilung im Kontext aufgezeigter Ergebnisse jedoch eher unproblematisch. Viertens bilden die vorliegenden Daten keine echte, längsschnittliche Entwicklung der Expertise von Lehrkräften ab. Letztlich handelt es sich um einen querschnittlichen Vergleich unter gezielter Kontrolle unabhängiger Bedingungsfaktoren. Fünftens können mit Blick auf den sämtlichen Wirkungsanalysen zu Grunde liegenden fortbildungssensitiven Expertisetest Fragen nach dessen Konstruktvalidität zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht diskutiert werden, hier sind sich anschließende Untersuchungen in weiterführenden Arbeiten notwendig. Allein zum PCK-Test liegen diesbezüglich Informationen

vor, die ein Verständnis des Evaluationsinstruments als fachdidaktischen Expertisetest stützen (Krauss, Baumert & Blum, 2008a). Und letztlich bleibt sechstens die vielleicht entscheidende Frage der Wirkung der mittels der Fortbildungen gezielt aufgebauten Expertise auf die Qualität von Unterricht als eigentliches Zielkriterium jedweder Diskussion um Möglichkeiten und Grenzen der Verbesserung des Lehrens und Lernens an dieser Stelle unbeantwortet.

Die teils deutlichen Einschränkungen der vorliegenden Studie sind somit bei einer Interpretation der Ergebnisse stets zu berücksichtigen: Keine randomisierte Zuweisung der Teilnehmer zu den Bedingungen, keine Wartekontrollgruppe, keine echte Langzeitmessung. So umfangreich die dem Design der Studie geschuldeten Einschränkungen bzgl. der Aussagekraft der Ergebnisse auch sein mögen, so deutlich muss abschließend doch auch herausgestellt werden: Im Rahmen der Machbarkeit einer empirischen Studie zur Erfassung professioneller Handlungskompetenz von Lehrkräfte im breiten Kontext von Lehrerfortbildungen musste sich bewusst für das der Studie zu Grunde liegende Design mit den hierdurch hervorgerufenen Problematiken entschieden werden. Und trotz all dieser Einschränkungen lassen die vorliegenden Ergebnisse schließlich doch deutlich werden, dass ein gezielter Aufbau von Lehrerexpertise als ein bedeutender Bedingungsfaktor für erfolgreiches Unterrichten im Rahmen von Lehrerfortbildungen für Lehrkräfte im Schuldienst gelingen kann. Vor allem in Zeiten einer sich verändernden Unterrichtskultur bedingt durch die Etablierung verbindlicher Bildungsstandards sowie die Einführung von Standards für die Lehrerbildung muss dies als ein entscheidendes Moment im Rahmen einer breiten Diskussion um Qualitätsentwicklung von Schule angesehen werden. Auf einer solchen Basis aufbauend in einem nächsten Schritt eine unmittelbare Verbesserung von Unterrichtsqualität durch eine Weiterentwicklung der Expertise von Lehrkräften mittels entsprechender Fortbildungen aufzuzeigen, ist daher als zentrale Herausforderung weiterführender Studien zu verstehen.

LITERATUR

- Baker, E. L. (2007). The end(s) of testing. *Educational Researcher*, 36, 309-317.
- Ball, D. L. & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: toward a practice-based theory of professional education. In G. Sykes & L. Darling-Hammond (Hrsg.), *Teaching as the learning profession: handbook of policy and practice* (S. 3-32). San Francisco: Jossey Bass.
- Bangert-Drowns, R. L., Kulik, C. C., Kulik, J. A. & Morgan, M. (1991). The instructional effect of feedback in test-like events. *Review of Educational Research*, 61, 213-238.
- Baumert, J., Blum, W. & Neubrand, M. (2003). *Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung von mathematischer Kompetenz. DFG-Antrag im Rahmen des Schwerpunktprogramms ,Die Bildungsqualität von Schule: Fachliches und fächerübergreifendes Lernen im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in Abhängigkeit von schulischen und außerschulischen Kontexten (BIQUA)'*. Unveröffentlichtes Dokument.
- Baumert, J. & Kunter, M. (2006). Stichwort: Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 9 (4), 469-520.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47 (1), 133-180.
- Berliner, D. C. (2001). Learning about and learning from expert teachers. *International Journal of Educational Research*, 35 (5), 463-482.
- Besser, M. & Krauss, S. (2009). Zur Professionalität als Expertise. In O. Zlatkin-Troitschanskaia, K. Beck, D. Sembill, R. Nickolaus & R. Mulder (Hrsg.), *Lehrprofessionalität. Bedingung, Genese, Wirkungen und ihre Messung* (S. 71-82). Weinheim: Beltz.
- Black, P. & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21 (1), 5-31.
- Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (Hrsg.). (2008). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematik-Studierender und -referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung*. Münster: Waxmann.
- Bloomhoj, M. & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Hrsg.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI study* (S. 45-56). New York: Springer.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W. & Niss, M. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149-171.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W. & Niss, M. (Hrsg.). (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New York: Springer.
- Borko, H. & Putnam, R. T. (1996). Learning to teach. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Hrsg.), *Handbook of educational psychology* (S. 673-708). New York: Macmillan.
- Bromme, R. (1992): *Der Lehrer als Experte. Zur Psychologie des professionellen Wissens*. Bern: Huber.
- Bromme, R. (2008). Lehrerexpertise. Teacher's skill. In W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.), *Handbuch der Pädagogischen Psychologie* (S. 159-167). Göttingen: Hogrefe.

- Bromme, R., Rheinberg, F., Mindel, B., Winteler, A. & Weidenmann, B. (2006). Die Erziehenden und Lehrenden. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch. 5., vollständig überarbeitete Auflage* (S. 269-356). Weinheim/Basel: Beltz.
- Brophy, J. E. & Good, T. L. (1986). Teacher behavior and student achievement. In M. Wittrock (Hrsg.), *Handbook of research on teaching* (S. 328-375). New York: McMillan.
- Burkhardt, H. (2006). Modelling in mathematics classrooms. Reflections on past developments and the future. *ZDM*, 38 (2), 178-195.
- Desimone, L. M. (2009). Improving impact studies of teachers' professional development: toward better conceptualizations and measures. *Educational Researcher*, 38 (3), 181-199.
- Doerr, H. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Hrsg.), *Modelling and applications in mathematics education* (S. 69-78). New York: Springer.
- Feiman-Nemser, S. (2001). From preparation to practice: designing a continuum to strengthen and sustain teaching. *Teachers College Record*, 103 (6), 1013-1055.
- Gage, N. L. & Needels, M. C. (1989). Process-product research on teaching: a review of criticisms. *The Elementary School Journal*, 89 (3), 253-300.
- Gruehn, S. (2000). *Unterricht und schulisches Lernen. Schüler als Quellen der Unterrichtsbeschreibung*. Münster: Waxmann.
- Galbraith, P. L. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling Process. *ZDM*, 38 (2), 143-162.
- Garet, M. S., Porter, A. C., Desimone, L., Birman, B. F. & Yoon, K. S. (2001). What makes professional development effective? Results from a national sample of teachers. *American Educational Research Journal*, 38 (4), 915-945.
- Haines, C. (2005). Getting to grips with real world contexts: some research developments in mathematical modelling. In *CERME 4 Proceedings* (S. 1623-1633). Guixols, Spain.
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87 (7), 519-524.
- Hattie, J. & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77, 81-112.
- Helmke, A. (2009). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*. Fulda: Kallmeyer Klett.
- Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42 (2), 371-406.
- Hill, H. C., Schilling, S. G. & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105 (1), 11-30.
- Ikeda, T. & Stephens, M. (2001). The effects of students' discussion in mathematical modelling. In J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston & S. P. Carreira (Hrsg.), *Modelling and mathematics education: applications in science and technology* (S. 381-390). Chichester: Ellis Horwood.
- Klieme, E. & Leutner, D. (2006). Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen. *Zeitschrift für Pädagogik*, 52 (6), 876-903.
- Kluger, A. N. & DeNisi, A. (1996). The effects of feedback interventions on performance: a historical review, a meta-analysis, and a preliminary feedback intervention theory. *Psychological Bulletin*, 119, 254-284.

- Koretz, D. (2008). Test-based educational accountability. Reserach evidence and implications. *Zeitschrift für Pädagogik*, 54 (6), 777–790.
- Kramarski, B., Mevarech, Z. & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 49 (2), 225-250.
- Krauss, K., Baumert, J. & Blum, W. (2008a). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs. *The International Journal of Mathematics Education (ZDM)*, 40, 873-892.
- Krauss, S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J. Blum, W., Neubrand, M., Jordan, A. (2008b). Pedagogical content knowledge and content knowledge of secondary mathematics teachers. *Journal of Educational Psychology*, 100 (3), 716-725.
- Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W., Baumert, J., Brunner, M., Kunter, M. & Jordan, A. (2008c). Die Untersuchung des professionellen Wissens deutscher Mathematik-Lehrerinnen und -Lehrer im Rahmen der COACTIV-Studie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29 (3/4), 223-258.
- Kultusministerkonferenz (Hrsg.). (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. München: Luchterhand.
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg.). (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann.
- Köller, O. (2008). Lehr-Lern-Forschung. Research in learning and instruction. In W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.), *Handbuch der Pädagogischen Psychologie*. Göttingen: Hogrefe.
- Leiss, D. (2010). Adaptive Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren – empirische Befunde einer vergleichenden Labor- und Unterrichtsstudie. *Journal für Mathematikdidaktik*, 31, 197-226.
- Lindmeier, A. M., Heinze, A. & Reiss, K. (2013). Eine Machbarkeitsstudie zur Operationalisierung aktionsbezogener Kompetenz von Mathematiklehrkräften mit videobasierten Maßen. *Journal für Mathematikdidaktik*, 34 (1), 99-119.
- Lipowsky, F. (2004). Was macht Fortbildungen für Lehrkräfte erfolgreich? Befunde der Forschung und mögliche Konsequenzen für die Praxis. *Die Deutsche Schule*, 96 (4), 462-479.
- Lipowsky, F. (2006). Auf den Lehrer kommt es an. Empirische Evidenzen für Zusammenhänge zwischen Lehrerkompetenz, Lehrerhandeln und dem Lernen der Schüler. In 51. Beiheft der Zeitschrift für Pädagogik: *Kompetenzen und Kompetenzentwicklung von Lehrerinnen und Lehrern: Ausbildung und Beruf*. Weinheim: Beltz.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 113-142.
- Maier, U. (2010). Formative Assessment – Ein erfolgsversprechendes Konzept zur Reform von Unterricht und Leistungsmessung? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 13, 293-308.
- Munby, H., Russel, T. & Martin, A. K. (2001). Teachers' knowledge and how it develops. In V. Richardson (Hrsg.), *Handbook of research on teaching* (S. 877-904). Washington: American Educational Research Association.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000): *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project. In A. Gagatsis & S. Papastavridis (Hrsg.), *Mediterranean Conference on Mathematical Education*. Athen: 3rd

Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society.

- Palmer, D. J., Stough, L. M., Burdinski, T. K. & Gonzales, M. (2005). Identifying teacher expertise: an examination of researchers' decision making. *Educational Psychologist*, 40 (1), 13-25.
- Pause, G. (1970). Merkmale der Lehrerpersönlichkeit. In K. Ingenkamp & E. Parey (Hrsg.), *Handbuch der Unterrichtsforschung Teil II. Zentrale Faktoren in der Unterrichtsforschung* (S. 1353-1526). Weinheim: Beltz.
- Putnam, R. T., & Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, 29 (1), 4-15.
- Putnam, R. T., Lampert, M. & Peterson, P. L. (1990). Alternative perspectives on knowing mathematics in elementary schools. *Review of Research in Education*, 16, 57-150.
- Richter, D., Kunter, M., Klusmann, U., Lüdtke, O. & Baumert, J. (2011). Professional development across the teaching career: teachers' uptake of formal and informal learning opportunities. *Teaching and Teacher Education*, 27, 116-126.
- Sadler, D. R. (1989). Formative assessment and the design of instructional systems. *Instructional Science*, 18, 119-144.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (S. 334-370). New York: Macmillan Publishing Company.
- Shepard, L. A. (2000). The role of assessment in a learning culture. *Educational Researcher*, 29, 4-14.
- Shuell, T. J. (1996). Teaching and learning in a classroom context. In D. C. Berliner & R. Calfee (Hrsg.), *Handbook of educational psychology* (S. 726-764). New York: Macmillan.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.
- Sternberg, R. J. & Horvath, J. A. (1995). A prototype view of expert teaching. *Educational Researcher*, 24 (6), 9-17.
- Stillman, G., Brown, J. & Galbraith, P. (2010). Identifying challenges within transition phases of mathematical modeling activities at year 9. In R. Lesh (Hrsg.), *Modelling students' mathematical modeling competencies* (S. 385-398). New York: Springer.
- Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., Bankov, K., Rodriguez, M. & Reckase, M. (2012). *Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries: findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam: IEA.
- Van Dooren, W., Verschaffel, L., Greer B., & De Bock, D. (2006). Modelling for life: developing adaptive expertise in mathematical modelling from an early age. In L. Verschaffel, F. Dochy, M. Boekaerts and S. Vosniadou (Hrsg.), *Essays in honor of Erik De Corte* (S. 91-109). EARLI.
- Voss, T., Kunter, M. & Baumert, K. (2011). Assessing teacher candidates' general pedagogical/ psychological knowledge: test construction and validation. *Journal of Educational Psychology*, 103 (4), 952-969.

- Weinert, F. E. (1996). ‚Der gute Lehrer‘, ‚die gute Lehrerin‘ im Spiegel der Wissenschaft. Was macht Lehrende wirksam und was führt zu ihrer Wirksamkeit? *Beiträge zur Lehrerbildung*, 14 (2), 141-151.
- Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessung in Schulen* (S. 17-31). Weinheim und Basel: Beltz.
- Winne, P. H. & Butler, D. L. (1994). Student cognition in learning from teaching. In T. Husen & T. Postlewaite (Hrsg.), *International encyclopaedia of education*, 2nd ed. (S. 5738-5745). Oxford (UK): Pergamon.
- Wirtz, M. & Caspar, F. (2002). *Beurteilerübereinstimmung und Beurteilerreliabilität. Methoden zu Bestimmung und Verbesserung der Zuverlässigkeit von Einschätzungen mittels Kategoriensystemen und Ratingskalen*. Göttingen: Hogrefe.

TABELLEN

Tabelle 1: Informationen zum PCK-Test (Vortest) und PCK-FA-Test (Nachtest)

Testteil:	Anzahl Items:	Theoretische maximal mögliche Punktzahl:
<i>PCK-Test</i>		
(1) Wissen über das multiple Lösungspotential von Aufgaben	4	offen
(2) Wissen über Möglichkeiten des Erklärens und Re-präsentierens	9	offen
(3) Wissen über mögliche Schülerkognitionen	7	7
<i>PCK-FA-Test</i>		
(1) Wissen über kognitive Prozesse von Lernenden beim mathematischen Modellieren	4	9
(2) Wissen über Schülerschwierigkeiten von Lernenden beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben	3	5
(3) Wissen über lernförderliche, formative Bewertung von Lösungsprozessen und Rückmeldung von Schülerschwierigkeiten von Lernenden beim mathematischen Modellieren	3	7

Tabelle 2: Varianzanalysen zur Wirkung der Fortbildungen auf Leistung im PCK-FA-Test (Nachtest)

<i>Abhängige Variable</i>	<i>Konstanter Term</i>	<i>Kovariate</i>	<i>Korrigiertes R-Quadrat</i>
PCK-FA-Test	Untersuchungsbedingung* $F(1, 65) = 44.32, p < .000, \eta_p^2 = .405$	---	$R^2 = .396$
PCK-FA-Test	Untersuchungsbedingung* $F(1, 64) = 44.80, p < .000, \eta_p^2 = .412$	PCK-Test $F(1, 64) = 20.26, p < .000, \eta_p^2 = .240$	$R^2 = .534$

*: UB B = 0; UB A = 1.

ABBILDUNGEN

Abbildung 1: Prototypische Aufgabe zum mathematischen Modellieren (in Anlehnung an Leiss, 2010)

Aufgabe „Tanken“:

Herr Stein wohnt in Trier nahe der Grenze zu Luxemburg. Deshalb fährt er mit seinem VW Golf zum Tanken nach Luxemburg, wo sich direkt hinter der 20 Kilometer weit entfernten Grenze eine Tankstelle befindet. Dort kostet der Liter Benzin nur 0,85 Euro, im Gegensatz zu 1,1 Euro in Trier.

Lohnt sich die Fahrt für Herrn Stein? Begründe.

Abbildung 2: Design der Lehrerfortbildungen

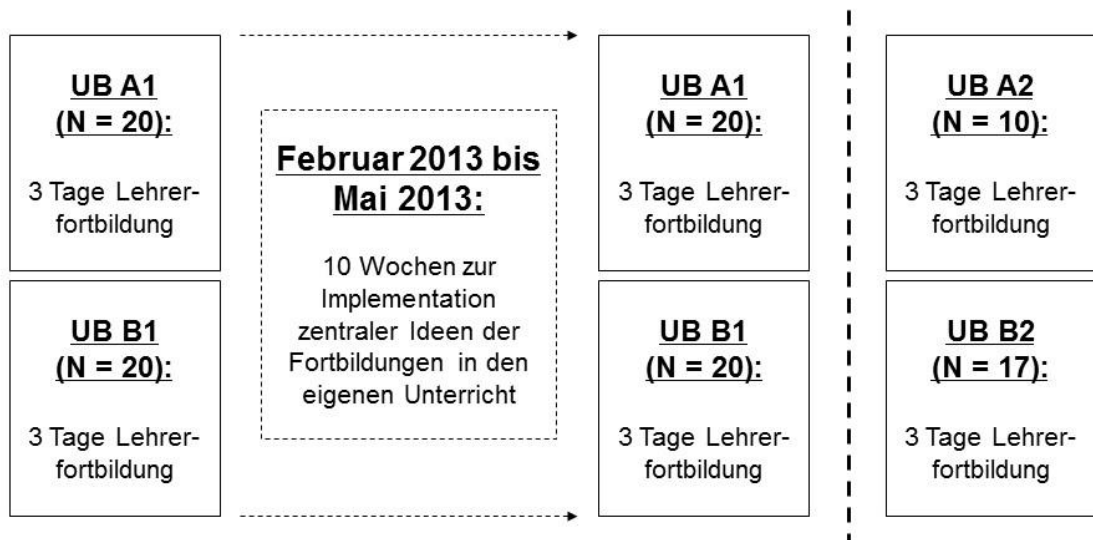


Abbildung 3: Beispielitem des fortbildungssensitiven PCK-FA-Tests (Nachtest)

Gegeben ist die unten stehende Aufgabe:

Herr Stein wohnt in Trier nahe der Grenze zu Luxemburg. Deshalb fährt er mit seinem VW Golf zum Tanken nach Luxemburg, wo sich direkt hinter der 20 Kilometer weit entfernten Grenze eine Tankstelle befindet. Dort kostet der Liter Benzin nur 0,85 Euro, im Gegensatz zu 1,1 Euro in Trier.

Lohnt sich die Fahrt für Herrn Stein? Begründe.

Im Folgenden ist nun eine Schülerlösung zu der Aufgabe gegeben. Geben Sie dem Schüler hierzu auf der nächsten Seite eine **möglichst lernförderliche Rückmeldung**.

Schülerlösung:

Trier $\xrightarrow{20\text{km}}$ Luxemburg
 $\xleftarrow{20\text{km}}$

50 Liter tanken
10 Liter auf 100 km

$$50 \cdot 0,85 = 42,5 \text{ €}$$
$$50 \cdot 1,1 = 55 \text{ €}$$

40 km = 10 Liter : 100 km = 0,4 Liter
0,4 Liter \cdot 0,85 = 0,34 €

$$42,5 \text{ €} + 0,34 \text{ €} = 42,84 \text{ €}$$
$$55 \text{ €} - 42,84 \text{ €} = 12,16 \text{ €}$$

Die Fahrt lohnt sich nicht, da er 12,16 € mehr bezahlen muss (wegen verbrauchtem Benzin).

Abbildung 4: Zusammenhang der Punktzahlen im PCK-Test (Vortest) und im PCK-FA-Test (Nachtest)

